# ÉVOLUTION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE FRANÇAIS EN STATISTIQUE ET PROBABILITES

Michel HENRY[1]

**TITLE**

Evolution of the French secondary curriculum in statistics and probability

**RÉSUMÉ**

Au moment où la notion de probabilité est introduite en France en fin de collège (15-16 ans), l'article se propose de dégager le fil conducteur de l'évolution des programmes de statistique et de probabilités en France depuis une vingtaine d'années. Le développement des outils de la statistique et son impact public ont rendu nécessaire l'élargissement de la notion de probabilité. Jusqu'aux années 80, le calcul des probabilités reposait sur la définition classique, donnée en premier principe par Laplace. Les programmes des années 90 proposaient l'introduction de la notion de probabilité par une approche fréquentiste. Le point de vue de la modélisation, adopté dans les programmes des années 2000, permet de faire le lien entre l'enseignement des probabilités et la pensée statistique. La pénétration dans l'enseignement secondaire d'outils informatiques performants permet de simuler des modèles de situations issues de l'observation statistique et d'initier les élèves au vaste champ de l'inférence statistique.

***Mots-clés :*** *enseignement de la statistique et des probabilités, notion et définitions de la probabilité, fréquences, loi des grands nombres, théorème de Bernoulli, modélisation, simulation.*

**ABSTRACT**

While the notion of probability is introduced in the French curriculum for the students of 15 to 16 in the secondary schools, this paper intends to bring out the thread of the curriculum evolutions since the last twenty years. The development of the statistics tools and its public impact has led to the spreading of the notion of probability as it was taught in the eighties. Then, the calculation of probability was based on the classical definition, given by Laplace as first principle. On the other hand, the nineties curriculum introduced the notion of probability through a new approach based on the observation of frequencies. The modeling point of view was adopted in the 2000 curriculum, linking probability teaching with the statistical thinking. The introduction of efficient computers in secondary education allows us to simulate models resulting from statistical observations and to introduce students to the large field of statistical inference.

***Keywords :*** *teaching in statistics and probability, notion and definitions of probability, relative frequency, law of large numbers, Bernoulli's theorem, modeling, simulation.*

## 1 Introduction

À la rentrée des classes 2008, nous avons assisté à deux événements qui ne sont pas vraiment indépendants :

– l'organisation du premier colloque francophone sur l'enseignement de la statistique ;

[1] Commission inter-IREM Statistique et probabilités, Université de Franche-Comté, michel.henry@univ-fcomte.fr

– l'introduction dans le programme de la classe de troisième des collèges (14-15 ans) de la notion de probabilité.

Celle-ci représente une petite révolution pour les professeurs des collèges dont un grand nombre n'ont pas bénéficié de formation à l'aléatoire. Elle s'inscrit cependant dans une évolution cohérente des programmes de l'enseignement secondaire français depuis une vingtaine d'années. Car, à la différence des enseignements élémentaires traditionnels du calcul des probabilités, faisant essentiellement appel à des dénombrements de cas, ce nouveau programme propose d'introduire la notion de probabilité sous une double approche, classique et fréquentiste. Son commentaire indique notamment[2] :

« *La notion de probabilité est abordée à partir d'expérimentations qui permettent d'observer les fréquences des issues dans des situations familières (pièces de monnaie, dés, roues de loteries, urnes). La notion de probabilité est utilisée pour modéliser des situations simples de la vie courante...* ».

Cette introduction de la notion de probabilité en collège était attendue en France depuis des années, afin de prendre en compte de nombreux travaux sur l'enseignement de l'aléatoire (Borovcnik et Kapadia, 1991) intégrant une pratique sociale devenue omniprésente et pour permettre des développements plus approfondis au lycée (Girard *et al.*, 2001).

Dès l'école primaire, les élèves rencontrent des situations familières où le hasard intervient (Fischbein, 1975). Le langage des chances leur permet de formuler des appréciations plutôt qualitatives sur les issues possibles dans le déroulement de jeux de hasard simples (Simard *et al.*, 2008). Ils n'ont cependant pas à leur disposition de concept élaboré permettant des évaluations plus quantitatives. Leurs déclarations sont entachées de biais psychologiques qui ont fait l'objet de nombreuses études (Fishbein *et al.,* 1991 ; Kahneman et Tversky, 1982 ; Ventsel, 1969). Le développement de la pratique de générateurs aléatoires variés, l'introduction d'un vocabulaire spécifique et la résolution de problèmes simples de comparaisons de situations aléatoires devrait accompagner les activités de découverte tout au long du collège, afin que les élèves puissent construire le concept de probabilité dans cette dualité, avant d'accéder à une définition assez générale qui ne va pas de soi.

Un des enjeux actuels de la formation des professeurs de collège est, me semble-t-il, de faire appréhender cette dualité de la probabilité selon Ian Hacking (2002), entre valeur issue d'un calcul *a priori* quand les conditions le permettent et estimation *a posteriori* par l'observation expérimentale des fréquences, quand celle-ci est possible (Batanero *et al.*, 2004). La clarification de ce lien passe par une compréhension en profondeur de la loi des grands nombres sous sa forme élémentaire du théorème de Bernoulli. Dans toutes les régions, les formateurs sont appelés à préparer des stages de formation reliant ces éléments théoriques aux multiples activités de classes proposées dans de nombreuses publications, en ligne (notamment sur le site Statistix) ou sous la forme de brochures[3] proposées à nos collègues par les IREM et l'APMEP.

Pour prendre un peu de recul, il est bon de regarder dans le rétroviseur pour dégager le fil conducteur des évolutions des programmes de statistique et de probabilités en France depuis les années soixante (Parzysz, 2003).

[2] Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale, spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 34.

[3] On en trouvera une bibliographie presque exhaustive dans les deux volumes de *Statistique au lycée* publiés par la Commission inter-IREM Statistique et probabilités, brochures n° 156 et 167 de l'APMEP. Cette bibliographie donne un aperçu de la contribution multiforme des IREM à la formation continue des enseignants.

Les fondements épistémologiques et les choix didactiques très différents voire contradictoires qui ont présidé à ces évolutions, reflètent le développement contemporain de l'exploitation des outils de la statistique et la pénétration nécessaire dans l'enseignement secondaire de la pensée statistique.

# 2 Évolution de l'enseignement des probabilités dans l'enseignement secondaire français de 1965 à 1991

Si les premiers enseignements de probabilités ont été introduits dès 1942 dans des sections spécialisées (Courtebras, 2006), ils ont été généralisés dans les séries classiques dans les années 60-70. Voici quelques extraits de programmes :

- 1965 (Terminale D) : *1° Préliminaires d'analyse combinatoire... ; 2° Principe du calcul des probabilités. Variable aléatoire... ; 3° Statistique appliquée.*
- 1970 (Terminale C) : *1° Espaces probabilisés finis (Ω, B(Ω), p). Applications mesurables.... ; 2° Espérance mathématique... ; 3° Loi faible des grands nombres.*
- 1982 (Terminale D) : *a) Combinatoire ; b) Exemples de situations où le hasard intervient. Ensemble fini d'épreuves Ω.... Probabilité uniforme sur Ω, calcul des probabilités par dénombrement... ; c) Aléa numérique... ; d) Statistiques.*
- 1986 (Terminale C) : *1. Combinatoire; probabilités... En probabilités, l'objectif est d'entraîner les élèves à décrire grâce au langage élémentaire des événements, quelques expériences aléatoires simples, et à employer les techniques de dénombrement pour calculer des probabilités.*

On y trouve un dénominateur commun : mis à part l'enseignement structuraliste des années 70 des *mathématiques modernes*, l'enseignement des probabilités est conçu comme une application de la combinatoire. La probabilité d'un événement y est introduite par le premier principe de Laplace : « *le rapport du nombre des cas favorables à celui de tous les cas possibles* ».

Cette définition est adaptée aux situations d'équiprobabilité des jeux de hasard. Au niveau élémentaire, l'application directe de cette définition conduit à des problèmes de dénombrements. L'expérience a montré que bon nombre d'élèves conservaient un mauvais souvenir des exercices délicats de combinatoire, source d'échec de cet enseignement. De plus, elle est restrictive car elle ne permet pas de considérer la plupart des situations aléatoires réelles, comme le faisait déjà remarquer Jacques Bernoulli en 1713 (Meusnier, 1987) :

« *On en est ainsi venu à ce point que pour former selon les règles des conjectures sur n'importe quelle chose, il est seulement requis d'une part que les nombres de cas soient soigneusement déterminés, et d'autre part que soit défini combien les uns peuvent arriver plus facilement que les autres.*

*Mais c'est ici enfin que surgit une difficulté, nous semble-t-il : cela peut se voir à peine dans quelques très rares cas et ne se produit presque pas en dehors des jeux de hasard que leurs premiers inventeurs ont pris soin d'organiser en vue de se ménager l'équité. (...)*

*Mais qui donc parmi les mortels définira par exemple le nombre de maladies, (...) qui encore recensera les cas innombrables des changements auxquels l'air est soumis chaque* *jour ? (…) Il serait donc absolument d'un insensé de vouloir connaître quelque chose de cette matière* ».

*(...)* « *Mais à la vérité ici s'offre à nous un autre chemin pour obtenir ce que nous cherchons. Ce qu'il n'est pas donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l'issue de nombreux exemples semblables…* ».

# 3 L'enseignement des probabilités dans les années 90 au lycée

Pour remédier à cet échec et pour rapprocher l'enseignement des probabilités et de la statistique, la réforme de 1991 du programme des classes de première part de l'observation de la réalité aléatoire pour introduire la notion de probabilité à partir de l'observation des fréquences :

« *L'objectif est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples et à calculer des probabilités. On évitera tout développement théorique. Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera sur l'étude de séries statistiques obtenues par répétition d'une expérience aléatoire, en soulignant les propriétés des fréquences et la relative stabilité de la fréquence d'un événement donné lorsque cette expérience est répétée un grand nombre de fois* ».

Puis le concept mathématique de probabilité est donné par la définition :

« *La probabilité d'un événement est définie par addition de probabilités d'événements élémentaires* ».

Cette définition très générale dans le cas discret, conforme au deuxième principe de Laplace, laisse la porte ouverte pour introduire les probabilités élémentaires : hypothèses de modèle (équiprobabilité ou répartition théorique donnée), estimation fréquentiste, ajustements de lois, appréciations subjectives...

Ce programme et sa mise en œuvre appellent quelques remarques illustrées par de nombreuses publications des IREM des années 90 :

- Le choix d'introduire la notion de probabilité par l'observation de la *relative* stabilisation des fréquences lors de la répétition d'une même expérience aléatoire, induit un regard expérimental sur cette notion. Cela suppose la mise en œuvre dans la classe d'expériences concrètes répétées, multipliées par l'accumulation des observations des élèves.
- La définition proposée correspond à l'idée plus générale de mesure additive. Le cas de l'équiprobabilité est introduit seulement ensuite dans le programme.
- Dans les classes, on a pu remarquer une réelle disjonction entre l'introduction expérimentale de la notion de probabilité et les calculs théoriques qui sont ensuite demandés. Le vocabulaire ensembliste, délaissé jusque là, est appelé pour combiner formellement les événements sans références à leurs significations concrètes, ni retour au contrôle expérimental. La notion de loi est introduite ensuite formellement en Terminale, sans la dégager de situations concrètes lui donnant du sens en induisant une certaine cohérence dans la répartition des probabilités élémentaires. La mise hors programme de toute loi standard enlevait alors à cette notion toute son efficacité.

– La rédaction du programme de première de 1991 comporte certaines faiblesses, voire ambiguïtés. En se limitant à la « *description d'expériences aléatoires simples* » sans proposer d'interprétations par des modèles théoriques, ce programme laisse la place à la confusion entre fréquence expérimentale et probabilité, conçue alors comme une fréquence limite. Mais quel statut peut-on donner à une telle limite faisant un lien entre des relevés d'observations expérimentales et un nombre théorique ? L'existence objective elle-même de la probabilité est source de questionnements épistémologiques. Si elle est généralement acceptée dans le cadre de situations relevant de *la géométrie du hasard*, elle suppose d'être postulée dans les cas où l'équiprobabilité n'a pas de sens (Ventsel, 1973, p. 24). En fait, la confusion entre modèle et réalité a été omniprésente dans cet enseignement des probabilités et à l'origine de difficultés didactiques essentielles (Girard, 2001).

Le projet de programme de la classe de première littéraire de 1993 avait tenté de pallier à cet obstacle, mais il n'a pas été retenu :

« *Il s'agit, comme dans les autres programmes, d'aborder la notion de probabilité à partir de la fréquence, mais on a choisi dans cette série d'affiner l'explicitation du processus de modélisation. L'objet de cette partie de la formation est donc de faire découvrir, en s'appuyant sur l'expérimentation numérique, quelques notions qualitatives et quantitatives liées à la modélisation mathématique des phénomènes aléatoires* ».

# 4 L'enseignement des outils de la description statistique

Les programmes des collèges de 1985, dont les objectifs sont encore en vigueur, introduisaient très progressivement les outils de la description statistique sous le titre *organisation et gestion de données, fonctions*. On y trouve notamment les notions de populations statistiques et de caractères, de séries statistiques, de séries classées, d'effectifs et de fréquences, de représentations graphiques en histogrammes ou diagrammes en boîtes, de paramètres de position (médiane, moyennes), de notion de dispersion.

Le programme de seconde des années 90 proposait une synthèse de ces notions et du vocabulaire de base de la statistique descriptive élémentaire, prolongée dans certaines séries de premières et terminales par l'étude de statistiques à deux caractères conjoints.

L'acquisition de ces notions et leur utilisation critique est essentielle pour la formation des futurs citoyens : lecture de tableaux, de graphiques, d'analyses économiques, sociologiques... Il apparaît que cet apprentissage n'est pas spontané, il s'appuie sur une bonne compréhension des pourcentages et de la proportionnalité, ainsi que sur une certaine pratique des articulations logiques (disjonction, conjonction, négation) mettant en jeu un peu du vocabulaire des ensembles.

Mais ces programmes évitaient de présenter les données statistiques comme provenant d'un échantillonnage (aléatoire ou systématique) ou plus généralement d'un ensemble de résultats aléatoires. Elles étaient présentées comme exhaustives, ce qui ne permet pas de soulever des questions d'inférence, de jugement statistique. Ainsi on ne peut pas faire comprendre aux élèves la fonction d'aide à la décision de l'outil statistique. On peut donc penser que limiter cet enseignement aux outils de description occulte le sens profond de la démarche statistique.

# 5 Impasses d'une définition fréquentiste de la probabilité

Dans de nombreux cas en mathématiques, un nouveau concept peut fonctionner comme outil de résolution de problèmes, avant qu'une définition formelle puisse être donnée[4]. Dans notre enseignement secondaire, l'introduction d'une nouvelle notion ayant pris du sens au cours de diverses activités, suppose que le professeur en donne une définition officielle. Dans l'enseignement supérieur, la probabilité est présentée comme un objet mathématique au sein d'une théorie abstraite comme celle d'Andrei Kolmogorov par exemple (Kolmogorov, 1950). L'ambition d'en donner une définition aux niveaux des collèges et des lycées soulève une difficulté didactique essentielle que le programme des classes de première de 2001 tente de résoudre.

Historiquement, la probabilité d'un événement dû au hasard a été d'abord explicitement définie par De Moivre en 1718 par le rapport du nombre des cas favorables qui réalisent cet événement à celui de tous les cas possibles (De Moivre, 2000). Mais Pierre-Simon Laplace souligne dans son deuxième principe que : « *cela suppose les divers cas également possibles...* » (Laplace, 1986, p. 38). L'équiprobabilité des cas possibles doit donc être postulée. La probabilité pour être définie passe ainsi par la notion d'équiprobabilité. N'y a-t-il pas là un cercle vicieux ? Laplace poursuit : « *s'ils ne le sont pas, on déterminera d'abord leurs possibilités respectives... Alors la probabilité sera la somme des possibilités de chaque cas favorable* ». Mais quelle définition peut-on donner pour la « *possibilité* » ?

L'approche fréquentiste, dite aussi objectiviste, des programmes des années 90 pourrait suggérer de définir la probabilité comme fréquence « stabilisée ». Ce point de vue a d'ailleurs fait l'objet d'une formalisation axiomatique au début du 20e siècle (Von Mises, 1952). Alfred Rényi l'avait adopté dans son cours universitaire des années 60 (Rényi, 1966, p. 26) :

« *Si la fréquence relative d'un événement aléatoire oscille autour d'un certain nombre, ce nombre est appelé la probabilité de l'événement considéré* ».

Puis il ajoute : « *... la théorie mathématique des probabilités ne s'occupe pas de jugements subjectifs ; elle concerne les probabilités objectives, qui peuvent être mesurées comme des grandeurs physiques* ».

La grandeur en question serait une sorte de degré d'incertitude et l'instrument de mesure, la répétition un grand nombre $n$ de fois de la même expérience aléatoire. Le résultat de la mesure est donné par la fréquence observée $F_n$ de l'événement qui peut donc être prise comme « mesure » à $\varepsilon$ près pour estimer la probabilité $p$ de cet événement par un encadrement de confiance avec un risque inférieur à $\alpha$ de se tromper, comme l'indique le théorème de Bernoulli que l'on peut formaliser ainsi :

*Pour tout* $\varepsilon$ *et* $\alpha$ *positifs et tout* $n$ *assez grand,* $\mathrm{P}(F_n - \varepsilon < p < F_n + \varepsilon) > 1 - \alpha$.

Une telle définition appelle d'emblée quelques remarques : ce nombre est-il bien défini ? Est-il donné de manière unique ? Peut-on toujours le déterminer ? Mais elle pose aussi de redoutables problèmes épistémologiques et didactiques. Comme le souligne Bernard Bru (1981), dans le théorème apparaissent deux sortes de probabilités :

- $p$ qui est introduite à partir d'un modèle d'urne par la définition « classique » ;

[4] On peut penser à l'invention des imaginaires qui a permis dès le 16e siècle de résoudre des équations algébriques, avant que les progrès des mathématiques donnent les clés de leur véritable nature et conduisent à une définition des nombres complexes au début du 19e siècle.

- P qui traduit un risque (celui de se tromper en disant que *p* est dans l'intervalle de confiance). Cette probabilité n'est pas de même nature que la probabilité « objective » *p*. Relève-t-elle aussi d'une approche fréquentiste ?
- Peut-on donner aux élèves du secondaire les moyens de déterminer combien il faut faire réellement d'expériences pour obtenir une mesure satisfaisante ?
- Comment peuvent-ils faire fonctionner cette définition fréquentiste dans un problème ?

La définition donnée par Rényi repose sur l'énoncé de Bernoulli qui sera ensuite démontré comme théorème. N'y a-t-il pas là aussi un cercle vicieux ? Rényi s'en défend (p. 144) :

« *La* définition *de la probabilité comme valeur autour de laquelle oscille la fréquence relative n'est pas une définition mathématique mais une description du substrat concret du concept de probabilité. La loi des grands nombres de Bernoulli par contre est fondée sur la* définition mathématique *de la probabilité et par conséquent il n'y a là aucun cercle vicieux* ».

Rényi fait ici allusion à la définition axiomatique de Kolmogorov, basée sur la théorie de la mesure.

Mais alors, quelle serait la *définition mathématique* pour un élève de l'enseignement secondaire, dans les situations où il n'y a pas de modèle d'équiprobabilité pertinent, comme par exemple le lancer d'une punaise ?

La « définition fréquentiste » de la notion de probabilité que donne Rényi confond deux domaines qu'il faut pourtant bien séparer :

- le domaine de la réalité où l'on observe les fréquences $F_n$ de réalisations d'un événement au cours de *n* répétitions d'une même expérience aléatoire ;
- le domaine théorique (mathématique) où les objets sont définis abstraitement.

# 6 La loi des grands nombres et les programmes des lycées

## 6.1 La loi des grands nombres

La *loi des grands nombres* joue donc un rôle essentiel pour expliquer le lien entre la valeur calculée *a priori* d'une probabilité et l'observation *a posteriori* de la fréquence stabilisée d'un événement dans une longue série d'expériences répétées identiquement. Ce lien empirique est ainsi théoriquement pris en compte pour justifier la démarche d'inférence, permettant les applications de la théorie probabiliste à l'investigation statistique.

Dans cet objectif, le programme des classes de première de 2001 propose de définir le concept de (loi de) probabilité par ses propriétés théoriques, calquées sur les propriétés des (distributions de) fréquences : *famille de nombres compris entre 0 et 1, de somme 1*.

Il se rapproche ainsi de la « définition mathématique » dans le cas discret fini et relie ce concept à l'observation expérimentale, développée en classe de seconde (fluctuations d'échantillonnage), par cet énoncé « *vulgarisé* » de la loi des grands nombres[5] :

[5] Partie Probabilités du programme de première S, BO spécial n°7, 31 août 2000.

« *Pour une expérience aléatoire donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences obtenues sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand* ».

Cet énoncé donne explicitement un statut de modèle à une loi de probabilité.

## 6.2 La modélisation

Introduisant le point de vue de la modélisation dans l'enseignement secondaire en se démarquant de l'approche fréquentiste, les programmes des années 2000 réalisaient un pas didactique décisif dans l'enseignement de la statistique et des probabilités. Relevant en effet d'une démarche scientifique, le point de vue de la modélisation tranche le débat entre subjectivistes et objectivistes par le choix d'un modèle probabiliste le plus adéquat possible, comme le souligne le document d'accompagnement des programmes de première[6] :

« *Modéliser une expérience aléatoire, c'est lui associer une loi de probabilité.*

*Une fréquence est empirique : elle est calculée à partir de données expérimentales, alors que la probabilité d'un événement est un* nombre théorique. *Les distributions de fréquences issues de la répétition d'expériences identiques et indépendantes varient (fluctuent) ; la loi de probabilité est un invariant associé à l'expérience* » (p. 68).

« *L'objectif est que les élèves comprennent à l'aide d'exemples que modéliser, c'est ici choisir une loi de probabilité…* » (p. 69).

« *Ce choix (...) est en général délicat, sauf dans certains cas où des considérations propres au protocole expérimental conduisent à proposer* a priori *un modèle. Il en est ainsi des lancers de pièces ou de dés, pour lesquels des considérations de symétrie conduisent au choix d'un modèle où la loi de probabilité est équirépartie* » (p. 70).

« *Pour déterminer et/ou valider un modèle probabiliste, le premier outil dont on dispose est un théorème de mathématiques appelé* loi des grands nombres » (p. 71).

Il convient ici de préciser cette notion de modèle, largement mobilisée dans l'enseignement scientifique actuel (Henry, 2001). Voici la définition donnée dans les années 40 par John Von Neumann, précurseur en la matière :

« *Les sciences n'essayent pas d'expliquer, c'est tout juste si elles tentent d'interpréter, elles font essentiellement des modèles. Par modèle, on entend une construction mathématique qui, à l'aide de certaines interprétations verbales, décrit les phénomènes observés. La justification d'une telle construction mathématique réside uniquement et précisément dans le fait qu'elle est censée fonctionner* ».

Citons aussi David Ruelle :

« *Un modèle consiste à coller une théorie mathématique sur un morceau de réalité* » (Ruelle, 1991).

Retenons qu'un modèle est une représentation simplifiée et idéalisée de la réalité.

Un modèle peut être présenté dans un vocabulaire courant renvoyant à des objets réels, mais qui dans le modèle sont doués de propriétés caractéristiques idéales et abstraites que

[6] GEPS, Direction de l'Enseignement Scolaire, Document d'accompagnement des programmes de mathématiques, classe de première des séries générales (2001), CNDP, Paris.

j'appelle modèle pseudo-concret (Henry, 2001). Ainsi une urne de Bernoulli est une abstraction d'une urne réelle, dans laquelle les boules sont de deux couleurs, mais pour le reste parfaitement identiques. Elles sont supposées rigoureusement équiprobables (hypothèse de modèle) dans un tirage « *au hasard* ».

## 6.3 La simulation

Les programmes des années 2000 font largement appel à la simulation informatique permettant de traiter de véritables séries statistiques de grandes dimensions et de visualiser concrètement les effets de la loi des grands nombres (Girard et Henry, 2005 ; Schwartz, 2006).

On trouve une définition de la simulation dans l'Encyclopédie Universalis :

« *La simulation est l'expérimentation sur un modèle. C'est une procédure de recherche scientifique qui consiste à réaliser une reproduction artificielle (modèle) du phénomène que l'on désire étudier, à observer le comportement de cette reproduction lorsque l'on fait varier expérimentalement les actions que l'on peut exercer sur celle-ci, et à en induire ce qui se passerait dans la réalité sous l'influence d'actions analogues* ».

Le document d'accompagnement des programmes de première précise pour sa part :

« *Modéliser consiste à associer un modèle à des données expérimentales, alors que simuler consiste à produire des données à partir d'un modèle prédéfini. Pour simuler une expérience, on associe d'abord un modèle à l'expérience en cours, puis on simule la loi du modèle* » (o. c., p. 72).

Pour effectuer une simulation, il convient donc de faire d'abord le choix d'un modèle. Remarquons que les situations aléatoires considérées en classe sont en principe toutes à base d'équiprobabilité. Les modèles utilisés pour les simulations proposées sont donc souvent implicites quand ils se réduisent à la loi uniforme discrète, produite par le générateur aléatoire de l'ordinateur ou de la calculette qui fournissent des chiffres pseudo-aléatoires supposés équirépartis.

Voici un bref aperçu de la progression des programmes des années 2000 de la série scientifique des lycées, basés sur ce point de vue de la modélisation :

- Classes de seconde : expérimentations numériques, observations des fluctuations d'échantillonnage, simulation et distributions de fréquences.
- Classes de première : expérience aléatoire, vocabulaire des événements, loi de probabilité sur un ensemble fini d'issues, probabilité d'un événement, loi des grands nombres, modèle d'équiprobabilité.
- Classes de terminale S : probabilités conditionnelles, indépendance, formule des probabilités totales, lois discrètes (Bernoulli, binomiale), lois continues (uniforme, exponentielle), adéquation de données à une loi équirépartie.

Dans cette progression, la définition (scolaire) de la probabilité est la suivante :

Une expérience aléatoire donne lieu à $n$ issues possibles notées $x_i$ dont l'ensemble est noté $\Omega$. Un événement est représenté par une partie de $\Omega$. On modélise cette expérience par une loi de probabilité P : aux $x_i$ on fait correspondre les $p_i$ tels que $0 \leq p_i \leq 1$ et $\sum p_i = 1$. Si $p_i = 1/n$, la loi P est équirépartie.

La probabilité d'un événement est la somme des $p_i$ associées aux issues réalisant cet événement (deuxième principe de Laplace).

On en déduit les propriétés de base : $P(\varnothing) = 0$, $P(\Omega) = 1$, $P(A^c) = 1 - P(A)$ et

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Par rapport à cette progression, les IREM ont adopté dans l'ensemble une position de critique constructive sur les plans épistémologique et didactique, tout en exprimant leur soutien à la démarche de fond, en réponse aux premières résistances des professeurs de lycée. La question de l'adhésion des professeurs de collège au nouveau programme de troisième est maintenant posée. Rapportons ici cette citation que le projet de document d'accompagnement de ce programme, publié en mars 2008, donnait en entête :

« *Le langage élémentaire de la statistique (avec ses mots tels que moyenne, dispersion, estimation, fourchette de sondage, différence significative, corrections saisonnières, espérance de vie, risque, etc.) est, dans tous les pays, nécessaire à la participation aux débats publics : il convient donc d'apprendre ce langage, ses règles, sa syntaxe, sa sémantique ; l'enseignement de la statistique étant, par nature, associé à celui des probabilités, il s'agit en fait d'une 'formation à l'aléatoire'* » (CREM, 2002, p. 53).

Mais laissons le dernier mot à Pierre-Simon Laplace qui écrivait dans la conclusion de son *Essai philosophique sur les probabilités* (Laplace, p. 206) :

« *Il est remarquable qu'une science qui a commencé par la considération des jeux se soit élevée aux plus importants objets des connaissances humaines… On voit par cet Essai que la théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul… On verra qu'il n'est point de science plus digne de nos méditations, et qu'il soit plus utile de faire entrer dans le système de l'instruction publique* ».

## Références

[1] Batanero, C., M. Henry, and B. Parzysz (2005), The nature of chance and probability, *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning,* Graham A. Jones (ed.), 20-42, Springer, New York.

[2] Borovcnik, M. and R. Kapadia (1991), *Chance Encounters: Probability in Education*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

[3] Bru, B. (1981), Petite histoire du calcul des probabilités, *Fragments d'histoire des mathématiques*, brochure **41**, 141-157, APMEP, Paris.

[4] CREM (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, 2002), Statistique et probabilités, *L'enseignement des sciences mathématiques*, 51-86, rapport au ministre de l'Éducation nationale, dir. Jean-Pierre Kahane, Odile Jacob, Paris.

[5] Courtebras, B. (2006), *À l'école des probabilités*, Presses Universitaires de Franche-Comté, col. Didactiques, Besançon (diff. CiD).

[6] De Moivre, A. (2000), *The Doctrine of Chances,* Chelsea, New York (1re éd., 1718 ; 2e éd., 1738 ; 3e éd., 1756).

[7] Fischbein, E. (1975), *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*, Reidel, Dordrecht.

[8] Fischbein, E., M. S. Nello, and M. S. Marino (1991), Factors affecting probabilistic judgments in children in adolescence, *Educational Studies in Mathematics*, **22**, 523-549.

[9] Girard, J.-C., M. Henry, B. Parsysz et J.-F. Pichard (2001), Quelle place pour l'aléatoire au collège ? *Repères-IREM*, **42**, 27-43, Topiques Editions, Metz.

[10] Girard, J.-C. (2001), Un exemple de confusion modèle-réalité, *Autour de la modélisation en probabilités*, 145-148, M. Henry éd., Presses Universitaires de Franche-Comté, Besançon (diff. CiD).

[11] Girard, J.-C. et M. Henry (2005), Modélisation et simulation en classe : quel statut didactique ? *Statistique au lycée*, vol. 1, brochure **156**, 147-160, APMEP, Paris.

[12] Hacking, I. (2002), *L'émergence de la probabilité*, Le Seuil, Paris. 1re éd. : *The emergence of probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1975.

[13] Henry, M. (2001), Notion d'expérience aléatoire, vocabulaire et modèle probabiliste, *Autour de la modélisation en probabilités*, 161-172, Commission Inter-IREM Statistique et Probabilités (ed.), Presses Universitaires de Franche-Comté, Besançon.

[14] Kahneman, D., P. Slovic, and A. Tversky (1982), *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press.

[15] Kolmogorov, A. (1950), Foundations of probability's calculation, Chelsea Publishing Company, New York, Grundbegriffe der wahrscheinlichkeitsrechnung, Springer, Berlin, 1933.

[16] Laplace, P.-S. (1986), *Essai philosophique sur les probabilités*, 5e édition de 1825, Bourgois, Paris. Préface à la *Théorie analytique des probabilités* (1re édition 1812). Rééd. en 2 vol. Jacques Gabay, Paris, 1995.

[17] Meusnier, N. (1987), *Jacques Bernoulli et l'Ars Conjectandi*, IREM de Rouen.

[18] Parzysz, B. (2003), L'enseignement de la statistique et des probabilités en France : évolution au cours d'une carrière d'enseignant (période 1965-2002), *Probabilités au lycée*, brochure **143**, 9-34, APMEP, Paris.

[19] Rényi, A. (1966), *Calcul des probabilités*, Dunod, Paris. Rééd. Jacques Gabay, Paris 1992.

[20] Ruelle, D. (1991), *Hasard et chaos*, Odile Jacob, Paris.

[21] Schwartz, C. (2006), *Pratiques de la statistique. Expérimenter, modéliser et simuler*, Vuibert, Paris.

[22] Simard, A. et Groupe élémentaire de l'IREM de Besançon (2008), Qui peut le plus ? Introduction de l'aléatoire en cycle 3, *Repères-IREM*, **70**, 13-29, Topiques éditions, Metz.

[23] Ventsel, H. (1973), *Théorie des probabilités*, Mir, Moscou.

[24] Von Mises, R. (1952), *Probability, Statistics and Truth*, J. Neyman, O. Scholl, & E. Rabinovitch (Trans.), William Hodge and company, London. Ouvrage original publié en 1928.