# DE L'ERREUR ET DU RÔLE DE LA PHILOSOPHIE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA STATISTIQUE

Jean-Pierre RAOULT[1]

Je voudrais ici plaider en faveur d'une « pluridisciplinarité » peu prônée en général, et que rend possible cette singularité française qu'est l'enseignement de philosophie dans les classes terminales des lycées, singularité maintenue à l'occasion de la réforme en cours des lycées, laquelle n'a modifié ni la place ni les programmes de cette discipline (et a même prévu quelques possibilités d'initiation en seconde et première). S'il faut plaider, ce n'est certes pas que la réflexion sur les liens entre mathématiques et philosophie ait été totalement négligée ; les IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) s'y sont par exemple intéressés et on pourra trouver des éléments à cet égard sur le site de leur Comité Scientifique (débat du 8 juin 2008) : *http://www.univ-irem.fr/spip.php?article166* .

Mais il m'apparaît que certains de ces liens possibles ont été peu explorés. Si, pour limiter ici le propos, on se réfère au programme de philosophie en vigueur (publié en 2003) de la filière scientifique, on trouve cinq grandes rubriques de « notions », dont l'une, titrée « La raison et le réel », se prête bien, à l'évidence, à des investigations associant les mathématiques. Ce peut être aussi le cas, dans une moindre mesure, pour la rubrique « La culture » (qui inclut un thème intitulé : « Le langage ») et pour la rubrique « La politique » (qui inclut un thème intitulé : « La société et les échanges », pouvant solliciter certaines applications de la statistique à des données sociales). La rubrique « La raison et le réel » comporte quatre thèmes : « La démonstration », « L'interprétation », « La matière et l'esprit », « La vérité ». C'est le thème « La démonstration » qui, bien sûr, a suscité le plus de propositions ou tentatives d'activités associant enseignants de philosophie et de mathématiques ; mais celles-ci restent extérieures au champ de l'enseignement des probabilités et de la statistique, qui est celui qui nous concerne dans cette revue ; il n'en est pas de même, à mon avis, du thème « La vérité ».

Explorer des possibilités d'interaction sur ce thème peut être favorisé par le fait que, dans la liste d'auteurs *parmi les œuvres desquels sont obligatoirement choisis les textes présentés par l'élève à l'épreuve orale du baccalauréat* (citation du préambule du programme) figurent Ludwig Wittgenstein et Karl Popper, qui se sont tous deux préoccupés de la validation des théories scientifiques, laquelle fait intervenir assez naturellement l'aléatoire. Il ne m'appartient pas ici (et ce serait en dehors de ma compétence) de proposer des écrits philosophiques, dus à ces auteurs, qui seraient également stimulants pour l'enseignant de mathématiques, ce qui favoriserait le recul de l'élève face à ces textes. Mais j'appuie ma conviction que ceci doit être possible sur l'ouvrage de Popper, *Conjectures et réfutations, la croissance du savoir scientifique* (Payot, 1985) qui analyse en particulier la pensée de Wittgenstein (et s'y oppose partiellement). Certes, c'est plus naturellement avec ses collègues de sciences physiques ou de sciences de la nature et de la vie (SVT) que le professeur de philosophie pourra faire débattre les élèves autour de ces points centraux de la pensée de Popper que sont la caractérisation de la science par sa « falsifiabilité » (développée dans son ouvrage le plus connu, *La logique de*

[1] Professeur des Universités émérite, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Université Paris-Est-Marne-la-Vallée (France), jean-pierre.raoult@univ-mlv.fr

*la découverte scientifique* (Payot, 1982) et la place de la connaissance fondée sur les observations, à propos de laquelle il écrit (dans *Conjectures*...) : *On ne peut jamais déduire une théorie scientifique des énoncés d'observation, ni la définir comme une fonction de vérité de ces derniers* (page 70), puis *La croyance selon laquelle la science procède de l'observation à la théorie est si répandue et si fermement ancrée, de nos jours, encore, que le démenti que je lui oppose suscite le plus souvent l'incrédulité* ; cependant, pourquoi des professeurs de mathématiques ne participeraient-ils pas à des concertations avec leurs collègues de philosophie et de disciplines expérimentales ?

Mais ce qui me préoccupe prioritairement, c'est qu'il se trouve que, justement pour la section *Statistique et probabilités* des programmes, la pensée de Popper peut « interpeller », comme on dit, le professeur de Mathématiques. Je ne pense pas tellement ici à ses considérations sur le concept même de probabilité (sur lequel il polémique avec Rudolf Carnap), développées, au sein de *Conjectures*..., dans un chapitre intitulé *La démarcation entre la science et la métaphysique*, considérations dont j'ose dire ici qu'elles me paraissent assez obscures ; de toute façon, je suis pour ma part peu partisan de s'aventurer trop avec des élèves sur ce terrain fort délicat des « fondements des probabilités » (et je regrette un peu que soit apparue en France une tendance en ce sens dès l'introduction du nouveau programme de probabilités en classe de troisième en 2008). De ce chapitre, je retiens quand-même (page 426) une réflexion de Popper qui me paraît essentielle en termes de modélisation : *Je considère – comme semble-t-il la plupart des empiristes – que toute conjecture portant sur... la corrélation d'événements doit être formulée comme une hypothèse... qu'on veillera tout d'abord à exprimer sous une forme minutieusement pesée, afin de pouvoir l'assujettir à des tests au plus haut niveau possible...* ; si, dans l'enseignement, on ne peut espérer des « tests au plus haut niveau possible », on est en droit de s'appuyer ici sur la pensée de Popper pour inciter les professeurs, quand ils bâtissent des exercices de calcul des probabilités à partir d'exemples « pratiques », à mettre en évidence que les hypothèses d'indépendance qui s'y introduisent souvent ne vont pas nécessairement « de soi » mais traduisent des présupposés, éventuellement révisables, sur le phénomène modélisé.

Plus qu'en théorie des probabilités c'est, me semble-t-il, dans l'apprentissage de la démarche statistique que le cours de mathématiques peut croiser le mieux la pensée de nos chercheurs en épistémologie. Et ce qui est ici en jeu, c'est l'envers de cette notion de « vérité », qui figure explicitement au programme de philosophie de la classe terminale, à savoir la notion d'erreur. Le statut de l'erreur est en effet, on le sait, la source des réticences majeures des enseignants de mathématiques vis-à-vis de la statistique, tant ils sont habitués à assimiler (et à faire assimiler par les élèves) « erreur » et « faute » : la « rigueur », vertu cardinale des mathématiques, associée à une perception du « vrai » comme absolu, les incite à considérer que les problèmes qu'ils traitent en cours de mathématiques ont une unique solution (je ne dis pas une unique technique de solution) et que donc l'élève qui arrive à une conclusion différente est « dans l'erreur » (et en conséquence le maître « rigoureux » le sanctionnera). Le calcul numérique, qui présente des méthodes de calcul approché pour des résultats uniques mais non atteignables explicitement, pousse déjà à réfléchir à la « maîtrise » ou à la « propagation » des erreurs, mais il est peu favorisé par l'évolution actuelle des programmes (le recours à l'ordinateur a eu là un effet que pour ma part je considère comme conceptuellement regrettable). Mais, en statistique inférentielle on va plus loin : d'une certaine manière, tout y est toujours faux ! Une estimation doit seulement « ne pas tomber trop souvent trop loin de la valeur exacte » ; un intervalle de confiance « ne doit pas trop souvent exclure le paramètre sur lequel il porte, tout en n'étant pas trop long » ; les conclusions erronées dans les tests d'hypothèses « ne doivent pas avoir de trop fortes probabilités ». Et pourtant ce sont fondamentalement de « vrais » outils mathématiques, bien rigoureux, qui permettent le contrôle de ces « pas trop ». Ce scandale au sein de leur univers mathématique, les enseignants de cette discipline pourraient avoir parfois avantage, pour mieux le conjurer, à le faire vivre par leurs élèves en coordination avec l'enseignement d'épistémologie.

Mais l'approche du faux (ou du « pas forcément vrai ») intervient aussi dans l'enseignement de la statistique à deux autres niveaux. Nous avons déjà évoqué, à propos de l'exemple, tiré de Popper, de l'indépendance des événements, que les « petits modèles » qu'on peut élaborer à des fins pédagogiques reposent sur des hypothèses non nécessairement intangibles : tel modèle qui est « juste » à une certaine échelle, avec une certaine exigence de précision, se révèlera non satisfaisant avec d'autres exigences. Cette sensibilité au choix des exigences est consubstantielle à la démarche scientifique pour que celle-ci soit opérationnelle ; que le professeur de mathématiques ait à s'y confronter me semble sain.

Enfin les outils mêmes du statisticien n'ont pas nécessairement une définition univoque et peuvent évoluer selon les contextes. Un exemple central est ici celui de la notion d'échantillon ; l'échantillonnage est explicitement au programme de statistique en classe de seconde mais l'échantillon ne peut alors être doté que d'une définition très fruste qui, sauf quelques rares exceptions, en contrôle industriel par exemple, se situe bien en deçà de la pratique des statisticiens professionnels. Faut-il pour autant dire que cette notion pédagogiquement épurée est fausse ? Non, à mon avis, car elle transmet déjà l'essentiel, à savoir le « flou » créé par l'extraction d'une fraction seulement de la population étudiée et son interprétation grâce au calcul des probabilités. Mais encore faut-il expliquer aux élèves que dans de nombreux contextes elle se révèle insuffisante et il peut être instructif de leur faire notamment percevoir, sans pouvoir en faire une étude approfondie, le rôle des quotas en sondages d'opinion ou en épidémiologie.

*Errare humanum est, perseverare diabolicum* dit la tradition. La version statistique de cet adage est plutôt : *l'erreur est inévitable, savoir la contrôler est le salut*. Ce contrôle, j'ai la conviction que l'enseignant de mathématiques est le mieux qualifié pour y éduquer ; mais le professeur de philosophie peut aussi lui donner une résonance accrue. Mon « libre propos » était ici d'inciter à leur coopération.